

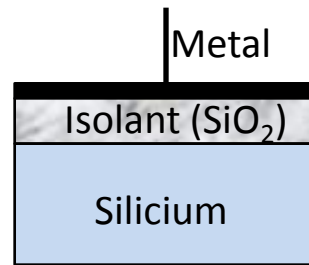
Complexité d'un calcul (c), Energie (Wc), Temps (Tc)

Wc (Estimé) = 2^{-18} Joule, (Optimiste) 2^{-31} Joule

Tc (Estimé) = 2^{-25} s, (Optimiste) 2^{-30} s

Éléments Physiques

- Permittivité du vide, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$
- Permittivité du Silicium $\epsilon = \epsilon_r \times \epsilon_0 = 11,68 \times \epsilon_0$
- Charge d'un électron $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$
- Charge commuté (Q_b) de N_e électrons, $Q_b = N_e \times q$
- Energie stockée dans une capacité (en Joule)
- $W_b = \frac{1}{2} \times C_G \times V_H^2 = \frac{1}{2} Q_b \times V_H$
- $W_b = \frac{1}{2} \times N_e \times q \times V_H$
- Energie dissipée par une transition d'un électron sous une tension de 1V, $1,6 \cdot 10^{-19}$ Joule



$$W = \frac{1}{2} CV^2 \quad | \quad Q = CV$$

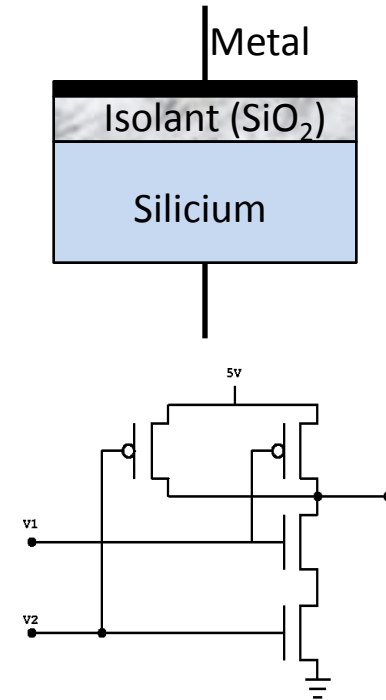
Les portes NAND

- Dimensions d'un transistor

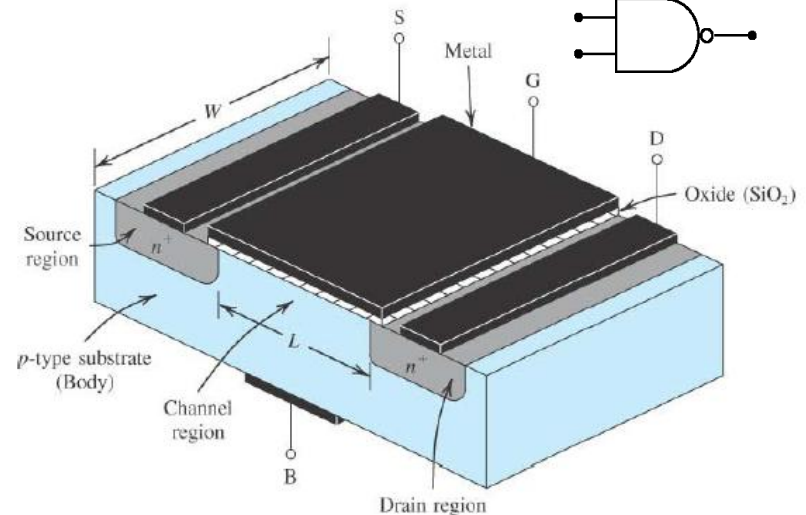
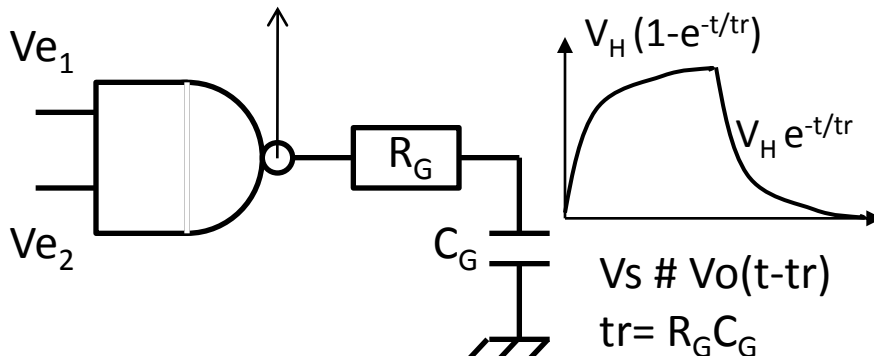
- Longueur (L) de 1 à 3 μm , largeur (W) de 0,2 à 100 μm , épaisseur de l'isolant (t_{ox}) de 2 à 50 nm
- $C = L \times W \times \epsilon / t_{ox}$, soit 103×10^{-15} (F) pour $L=1 \mu\text{m}$, $W=10 \mu\text{m}$, $t_{ox}=10 \text{ nm}$
 - Sous 1V la charge associée est d'environ 640,000 électrons

- Une commutation (1/0) d'une porte NAND dissipe une énergie W_b

- Si N_c commutations de portes NAND, en moyenne, sont nécessaires pour une session de calcul, alors l'énergie (à W_c) nécessaire au calcul est égale à $W_c = N_c \times W_b$



$$V_o = V_H \times (1 - H(V_{e_1} - \frac{1}{2} V_H) \times H(V_{e_2} - \frac{1}{2} V_H))$$



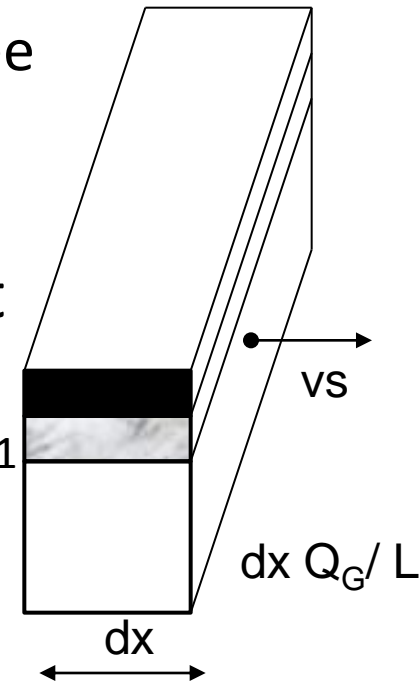
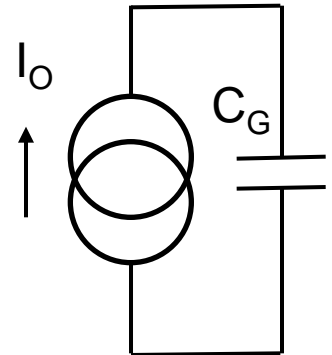
Energie dissipée pour un calcul : W_c

$$W_c = N_c \times W_b = N_c \times \frac{1}{2} \times N_e \times q \times V_H$$

- Exemple
 - 100,000 commutations (N_c) sous un 1V (V_H) de 100,000 électrons (N_e) ($q=1,6 \cdot 10^{-19}$)
 - $W_c = 10^5 \times \frac{1}{2} \times 10^5 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 0,8 \times 10^{-9}$ # **2^{-31} Joule**
- Pour une complexité de 2^{80} , le cout énergétique du calcul est de 2^{49} W = $0,5 \cdot 10^9$ MW # 140,000 MWh
 - Une tranche nucléaire produit environ 1000/1500 MWh
 - 140 tranches nucléaires pendant 1 heure
 - En France 1 MWh = 75€
 - Cout = 10 Millions d'€
 - En France, la consommation moyenne horaire d'énergie est de 60,000 MWh (530 TWh/an en 2010)
- Pour un complexité de 2^{128} , il faut multiplier les résultats précédents par 2^{48} (environ 10^{15})

Evaluation du temps de calcul, T_c

- Dans le silicium la vitesse limite (v_s) d'une charge (électron) est de l'ordre de 10^5 m/s
- Soit un temps de transit t_r de 1 ps (10^{-12} s) pour une longueur de grille (L) d'un transistor de $0,1 \mu\text{m}$
 - $I_o / C_G = dV/dt$, $dt = dV \cdot C_G / I_o$, $t_r = V_H \cdot C_G / I_o$
 - $I_o = Q \times v_s / L$, si le nombre de porteurs est imposée par la capacité C_G
 - $t_r = L / v_s$
- Avec un temps calcul minimum de 1 ps, on peut réaliser au plus **2^{40}** calculs par secondes
- Avec une énergie (Wc) dissipée par calcul de 2^{-31} Joule, la puce consommerait 2^9 Watt (512W!), le silicium serait en fusion !



Evaluation du temps de la puissance consommée P_c

- Si N_t transistors (une porte NAND comporte quelques transistors) sont traversés (au plus) pour un calcul, le temps calcul (T_c) s'écrit
 - $T_c = t_r \times N_t$
- La puissance électrique consommée (P_c) s'écrit
 - $P_c = W_c / T_c$ (Watt)
- Un exemple
 - $N_t = 1024$ (transistors), $t_r = 10^{-12}$, $T_c = 2^{10} \times 2^{-40} \text{ s} = 2^{-30} \text{ s}$
 - Soit une puissance consommée (P_c) de l'ordre du Watt pour $W_c = 2^{-31}$
 - $P_c = W_c / T_c = 2^{-31} / 2^{-30}$
 - Une complexité de 2^{80} implique, pour $1/T_c = 2^{50}$, un temps calcul de 2^{50} s (soit 32 millions d'années)

En 2010

- En 2009, 200 play-stations ont résolu un problème (collision MD5 à IV choisi) de complexité 2^{50} , en 2 jours
 - Soit 32 millions de calcul par ordinateur et par seconde, $T_c = 2^{-25}$ s
 - Pour une fréquence de 2 Ghz ($2 \times 10^9 = 2^{31}$), un calcul est réalisé en 64 cycles ($2^6 = 2^{-25} / 2^{31}$)
 - La puissance consommée (P_c) d'une ps3 SONY est de 200 Wh (2^7)
 - $W_c = P_c \times T_c = 2^{-18}$
 - Environ $N_e = 10^6$ (1 million d'électrons commutés), $N_c = 10^8$ (100 millions de commutations)
 - Soit pour 10 millions de portes, 10% de commutations pendant 64 cycles
 - 2^{80} calculs en 6 millions d'années
- Un Data-Center regroupe environ 1 million d'ordinateurs
 - Un processeur Pentium P4 consomme environ 100 Wh
 - 55 millions de transistors (10 millions de portes ?), technologie 0,13 μm , 2 GHz, 1.3 V
 - Soit une consommation totale de 100 MWh
 - Cout d'un Data-Center, 500 Millions \$
- Pour 128 Data-Center
 - Consommation globale 12,800 MWh (20% de la consommation française)
 - En reprenant les performances du ps3, on réalise 2^{80} calculs en 2^{10} (1000) jours